



**UTM**  
UNIVERSITI TEKNOLOGI MALAYSIA

Sekolah Pendidikan  
Profesional dan  
Pendidikan  
Berterusan  
(SPACE)

---

**FINAL EXAMINATION / PEPERIKSAAN AKHIR  
SEMESTER II – SESSION 2021 / 2022  
PROGRAM KERJASAMA**

COURSE CODE : DDWC 1693 / DDWD 1693  
KOD KURSUS

COURSE NAME : DISCRETE MATHEMATICS  
NAMA KURSUS MATEMATIK DISKRIT

YEAR / PROGRAMME : 1 / DDWC / DDWD / DDWZ  
TAHUN / PROGRAM 1/ DDWC / DDWD / DDWZ

DURATION : 3 HOURS (INCLUDING SUBMISSION HOUR)  
TEMPOH 3 JAM (TERMASUK MASA PENGHANTARAN)

DATE : JUNE/JULY 2022  
TARIKH JUN/JULY 2022

---

**INSTRUCTION / ARAHAN:**

1. The question paper consists of **3 PARTS**: A, B and C.  
*Kertas soalan terdiri daripada 3 BAHAGIAN: A, B dan C.*
  2. Answer **ALL** questions and write your answers on the answer sheet.  
*Jawab SEMUA soalan dan tulis jawapan anda pada kertas jawapan.*
  3. Write your name, matric no., identity card no., course code, course name, section no. and lecturer's name on the first page (in the upper left corner) and every page thereafter on the answer sheet.  
*Tulis nama anda, no. matrik, no. kad pengenalan, kod kursus, nama kursus, no. seksyen dan nama pensyarah pada muka surat pertama (penjuru kiri atas) kertas jawapan dan pada setiap muka surat jawapan.*
  4. Each answer sheet must have a page number written at the bottom right corner.  
*Setiap helai kertas jawapan mesti ditulis nombor muka surat pada bahagian bawah penjuru kanan.*
  5. Answers should be handwritten, neat and clear.  
*Jawapan hendaklah ditulis tangan, kemas dan jelas menggunakan huruf cerai.*
- 

**WARNING / AMARAN**

Students caught copying / cheating during the examination will be liable for disciplinary actions and the faculty may recommend the student to be expelled from sitting for exam.  
*Pelajar yang ditangkap meniru / menipu semasa peperiksaan akan dikenakan tindakan disiplin dan pihak fakulti boleh mengesyorkan pelajar diusir dari menduduki peperiksaan.*

---

This examination paper consists of **13** pages including the cover.  
*Kertas soalan ini mengandungi 13 muka surat termasuk kulit hadapan.*

**ONLINE EXAMINATION RULES AND REGULATIONS**  
**PERATURAN PEPERIKSAAN SECARA DALAM TALIAN**

1. Student must carefully listen and follow instructions provided by invigilator.  
*Pelajar mesti mendengar dan mengikuti arahan yang diberikan oleh pengawas peperiksaan dengan teliti.*
2. Student is allowed to start examination only after confirmation of invigilator if all needed conditions are implemented.  
*Pelajar dibenarkan memulakan peperiksaan hanya setelah pengesahan pengawas peperiksaan sekiranya semua syarat yang diperlukan telah dilaksanakan.*
3. During all examination session student has to ensure, that he is alone in the room.  
*Semasa semua sesi peperiksaan pelajar harus memastikan bahawa dia bersendirian di dalam bilik.*
4. During all examination session student is not allowed to use any other devices, applications except other sites permitted by course lecturer.  
*Sepanjang sesi peperiksaan pelajar tidak dibenarkan menggunakan peranti dan aplikasi lain kecuali yang dibenarkan oleh pensyarah kursus.*
5. After completing the exam student must inform invigilator via the set communication platform (eg. WhatsApp etc.) about completion of exam and after invigilator's confirmation leave examination session.  
*Selepas peperiksaan selesai, pelajar mesti memaklumkan kepada pengawas peperiksaan melalui platform komunikasi yang ditetapkan (contoh: Whatsapp dan lain-lain) mengenai peperiksaan yang telah selesai dan meninggalkan sesi peperiksaan selepas mendapat pengesahan daripada pengawas peperiksaan.*
6. Any technical issues in submitting answers online have to be informed to respective lecturer within the given 30 minutes. Request for re-examination or appeal will not be entertained if complains are not made by students to their lecturers within the given 30 minutes.  
*Sebarang masalah teknikal dalam menghantar jawapan secara dalam talian perlu dimaklumkan kepada pensyarah masing-masing dalam masa 30 minit yang diberikan. Permintaan untuk pemeriksaan semula atau rayuan tidak akan dilayan sekiranya aduan tidak dibuat oleh pelajar kepada pensyarah mereka dalam masa 30 minit yang diberikan.*
7. During online examination, the integrity and honesty of the student is also tested. At any circumstances student is not allowed to cheat during examination session. If any kind of cheating behaviour is observed, UTM have a right to follow related terms and provisions stated in the respective Academic Regulations and apply needed measures.  
*Semasa peperiksaan dalam talian, integriti dan kejujuran pelajar juga diuji. Walau apa pun keadaan pelajar tidak dibenarkan menipu semasa sesi peperiksaan. Sekiranya terdapat sebarang salah laku, UTM berhak untuk mengikuti terma yang dinyatakan dalam Peraturan Akademik.*

**PART A: Answer all questions in the provided space.**

*BAHAGIAN A: Jawab semua soalan pada ruang yang disediakan.*

**Q1-Q10: Identify which of the following is TRUE or FALSE.**

*Q1-Q10: Kenal pasti manakah diantara berikut adalah BENAR atau PALSU.*

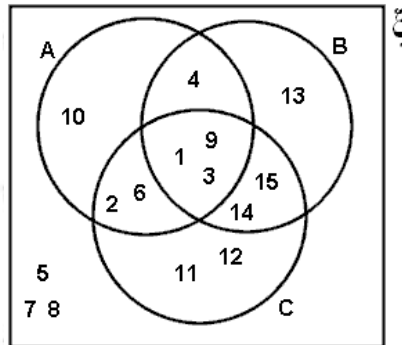
**Question / Soalan:**

**T / F**

**[10 M]**

**For Question 1 and 2, study the following Venn Diagram (Figure 1)**

*Bagi Soalan 1 kaji Gambarajah Venn berikut (Rajah 1)*



**Figure 1/ Rajah 1**

**Q1**

$$(A \cap B) \cap (B \setminus C) = B$$

**Q2.**

$$(A \oplus B) \setminus A = \{12, 14, 15\}$$

**Q3. The biconditional of a statement of  $p$  and  $q$  are logically equivalence to  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ .**

*Dwisyarat bagi pernyataan  $p$  dan  $q$  adalah suatu kesetaraan logik untuk  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ .*

**Q4. Let  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 11, 12\}$ . Determine if True or False for**

**$x, y \in A$  if  $\forall x \forall y (xy \leq 144)$ .**

*Andaikan  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 11, 12\}$ . Tentukan jika Benar atau Palsu bagi  $x, y \in A$  jika  $\forall x \forall y (xy \leq 144)$ .*

**Q5. Let  $R$  and  $S$  be the relation on  $A = \{4, 5, 6\}$  defined by**

*Katakan  $R$  dan  $S$  adalah hubungan ke atas  $A = \{4, 5, 6\}$  ditakrifkan oleh*

**$R = \{(4,4), (4,5), (5,6), (6,4), (6,6)\}$ ;  $S = \{(4,5), (4,6), (5,4), (6,6)\}$ , then/ maka**

$$n(R \cap S) = 2.$$

**Q6. If any numbers from 1 to 8 are chosen, then two of them will add to 10.**

*Jika sebarang nombor dari 1 hingga 8 dipilih, maka dua daripada nombor-nombor tersebut boleh ditambah menjadi 10.*

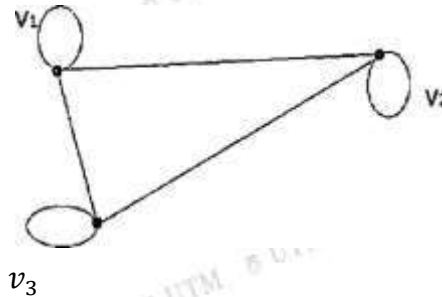
**Q7. The graph represented by the adjacency matrix**

*Graf yang diwakli oleh matrik sisi*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**is as in the following Figure 2:**

*adalah seperti dalam Rajah 2 berikut:*



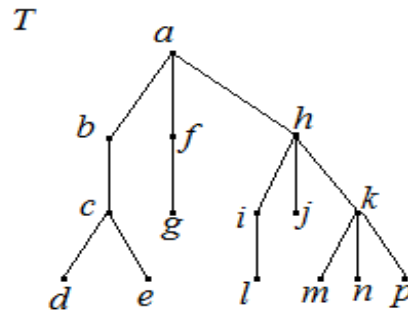
**Figure 2 / Rajah 2**

**Q8. If  $n$  is a positive integer, then a tree  $T$  is an  $n$  - tree if every vertex has at most  $n$  offspring. If all vertices of  $T$ , other than the leaves have exactly  $n$  offspring, then  $T$  is called a complete  $n$  - tree.**

*Jika  $n$  adalah integer positif, maka suatu pohon  $T$  adalah pohon -  $n$  sekiranya setiap bucu mempunyai paling banyak  $n$  anak. Jika setiap bucu bagi  $T$ , selain daripada daun-daun mempunyai tepat  $n$  anak, maka  $T$  dipanggil satu pohon -  $n$  lengkap.*

**Q9.** The following tree in Figure 3 below has a subtree rooted at  $b$ .

*Pohon dalam Rajah 3 di bawah mempunyai subpepohon berakar di  $b$ .*



**Figure 3 / Rajah 3**

**Q10.** A phrase structure grammar  $G$  is defined to be a 5-tuple  $(V, S, v_0, f, Y)$ , where  $V$  is a finite set,  $S$  is a subset of  $V$ ,  $v_0$  is the initial state,  $f$  is the function and  $Y$  as rejecting.

*Suatu tatabahasa struktur frasa  $G$  ditakrifkan sebagai suatu ganda-5  $(V, S, v_0, f, Y)$ , dengan set terhingga  $V$ ,  $S$  suatu subset bagi  $V$ ,  $v_0$  ialah permulaan,  $f$  ialah fungsi dan  $Y$  sebagai penolakan.*

**PART B: Fill in the blanks for correct answer in each of the following questions.**

*BAHAGIAN B: Isikan ruang bagi jawapan yang betul untuk setiap soalan yang berikut.*

**Question/Soalan:**

**[10 M]**

**Q1. Let  $\xi = \left\{0, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5\right\}$  is the universal set. If given the sets**

**$A = \left\{0, \frac{1}{3}, 3, 5\right\}$ ,  $B = \left\{\frac{1}{5}, 1, 3, 5\right\}$  then  $A \oplus B =$ \_\_\_\_\_.**

*Katakan  $\xi = \left\{0, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1, 3, 5\right\}$  ialah set universal. Jika diberi set  $A = \left\{0, \frac{1}{3}, 3, 5\right\}$*

*$B = \left\{\frac{1}{5}, 1, 3, 5\right\}$  maka  $A \oplus B =$ \_\_\_\_\_.*

**Q2. Let  $A = \{1, \{2\}, 3\}$ . State  $P(A)$ .**

*Katakan  $A = \{1, \{2\}, 3\}$ . Nyatakan  $P(A)$ .*

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Q3. Let  $J(x) = x^2 + x \leq x$  for  $x \in R$ . We know  $\exists x J(x)$  is a true statement**

**because \_\_\_\_\_ is the counter example.**

*Andaikan  $J(x) = x^2 + x \leq x$  bagi  $x \in R$ . Kita tahu bahawa  $\exists x J(x)$  adalah*

*pernyataan yang benar kerana \_\_\_\_\_ adalah contoh penyangkal.*

**Q4. Given  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Define the following relation  $aRb$  if and only if  $ab \geq 4$ .**

*Diberi  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Takrifkan hubungan berikut  $aRb$  jika dan hanya jika*

*$ab \geq 4$ .*

**$R =$ \_\_\_\_\_.**

**Q5. How many three letter combinations can be formed from letters**

**$\{N, A, S, I, L, E, M, A, K\}$ \_\_\_\_\_.**

*Berapa bilangan kombinasi tiga huruf yang boleh dibentuk daripada huruf-huruf*

*$\{N, A, S, I, L, E, M, A, K\}$ \_\_\_\_\_.*

**Q6. A gift certificate received from a book club allows the recipient to choose four**

**of 10 fiction books and two of six nonfiction at Kikokuniya. There are a number of \_\_\_\_\_ ways to make a selection of the books.**

*Suatu sijil hadiah diterima daripada kelab buku membolehkan penerima memilih*

*empat dari 10 buku fiksiyen dan dua dari enam bukan fiksiyen di Kikokuniya.*

*Terdapat sebilangan \_\_\_\_\_ cara untuk membuat pilihan bagi buku tersebut .*

**Questions Q7 (a) and (b) refer to the following probability problem.**

*Soalan Q7 (a) dan (b) merujuk kepada masalah kebarangkalian berikut.*

**Suppose that three balls are selected at random from an urn containing seven red balls and five blue balls. Compute the probability that:**

*Katakan tiga biji bola dipilih secara rawak daripada sebuah pasu yang mengandungi tujuh biji bola merah dan lima biji bola biru. Kirakan kebarangkalian bahawa:*

**(a) three balls are red.** \_\_\_\_\_.

*tiga biji bola adalah merah* \_\_\_\_\_.

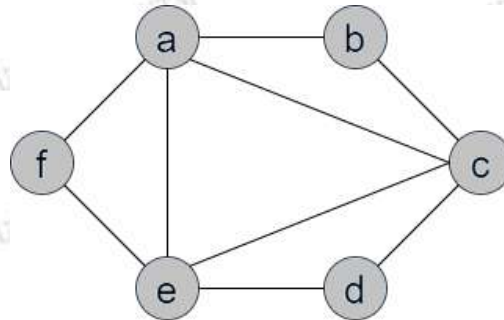
**(b) the third ball is blue given that two red balls have been selected** \_\_\_\_\_.

*bola ketiga adalah biru dengan syarat dua bola merah telah dipilih*

\_\_\_\_\_.

**Questions Q8 (a) and (b) refer to the following figure (Figure 4)**

*Soalan Q8 (a) dan (b) merujuk kepada rajah berikut (Rajah 4)*



**Figure 4 / Rajah 4**

**(a) The degree of vertex e is** \_\_\_\_\_.

*Darjah bagi bucu e adalah* \_\_\_\_\_.

**(b) From Figure 4, construct the path** \_\_\_\_\_.

*Daripada Rajah 4, bina jalan* \_\_\_\_\_.

**Q9. If all vertices of  $T$ , other than the leaves have exactly 2 offspring, then  $T$  is called a \_\_\_\_\_.**

**(binary tree/ complete 2-tree / complete pair of trees)**

*Jika setiap bucu-bucu bagi  $T$ , selain daripada dedaun mempunyai tepat 2 anak, maka  $T$  dipanggil suatu \_\_\_\_\_.*

*(pohon dedua/ pohon-2 lengkap / pasangan pohon yang lengkap).*

**Q10. A finite state machine (or complete sequential machine) consists of six parts.**

**Such a machine  $M$  is denoted by  $M = M(A, S, Z, v_0, f, g)$  to indicate the six parts, which are:**

*Suatu mesin keadaan terhingga (atau mesin berurutan lengkap) mengandungi enam bahagian. Mesin seperti  $M$  ditandakan sebagai  $M = M(A, S, Z, v_0, f, g)$  untuk menunjukkan enam bahagian tersebut, iaitu:*

**(i)** \_\_\_\_\_.

**(ii)** \_\_\_\_\_.

**(iii)** \_\_\_\_\_.

**(iv)** \_\_\_\_\_.

**(v)** \_\_\_\_\_.

**(vi)** \_\_\_\_\_.



**PART C [30 Marks]: Answer all FIVE (5) questions in the space provided.**

*BAHAGIAN C [30 Markah]: Jawab semua LIMA (5) soalan pada ruang yang disediakan.*

**1. Consider the recurrence relation:**

*Pertimbangkan hubungan berulang:*

$$a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}, \quad a_0 = 4, a_1 = 6$$

- a) **Find the next three terms in the sequence.**  
*Dapatkan tiga sebutan seterusnya dalam jujukan tersebut.*
- b) **Find the general solution of the recurrence relation.**  
*Dapatkan penyelesaian am bagi hubungan berulang tersebut.*

**Solution/Pe penyelesaian:**

**[8 M]**

**2. A computer game group has 32 participants. Their ages are all different and sum up to 352 years. Use the pigeonhole principle to prove that it is possible to find 32 participants whose total age is at least 341 years.**

*Suatu kumpulan permainan komputer mempunyai 32 orang peserta. Semua umur mereka adalah berbeza dan jumlah keseluruhan umur mereka adalah 352 tahun. Gunakan prinsip sarang merpati untuk membuktikan bahawa terdapat kemungkinan 32 peserta- peserta yang mempunyai jumlah keseluruhan umur sekurang-kurangnya 341 tahun.*

**Solution/Penyelesaian:**

**[5 M]**

**3. Let  $S = \{s_0, s_1, s_2\}$  and  $t = \{a, b\}$ . The state transition function is defined as follows**

*Katakan  $S = \{s_0, s_1, s_2\}$  dan  $I = \{a, b\}$ . Fungsi peralihan keadaan tersebut ditakrifkan sebagai*

$$t_0(s_0) = s_1 \quad t_1(s_0) = s_2$$

$$t_0(s_1) = s_0 \quad t_1(s_1) = s_1$$

$$t_0(s_2) = s_1 \quad t_1(s_2) = s_2$$

**(a) Construct the state transition table of the deterministic finite automata.**

*Bina jadual peralihan keadaan bagi automata terhingga deterministik tersebut.*

**(b) Sketch the diagraph of the machine.**

*Lakarkan diagraf bagi mesin tersebut.*

**Solution/Penyelesaian:**

**[4 M]**

**(a)**

(b)

4. Consider the labeled graph  $G$  in Figure 5.

*Pertimbangkan graf  $G$  yang dilabelkan dalam Rajah 5.*

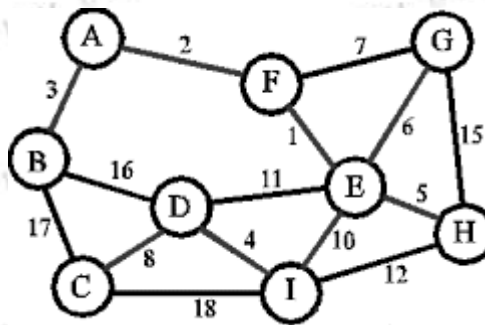


Figure 5 / Rajah 5

(a) Find four of the spanning trees of Graph  $G$ .

*Dapatkan empat pohon rentangan bagi graf  $G$ .*

(b) Find minimum spanning trees for Figure 5.

*Dapatkan pohon rentangan minima bagi Rajah 5.*

**Solution/Penyelesaian:**

[6 M]

5. (a) The weighted graph in Figure 6 shows the distances between seven cities

A, B, C, ...,G on major roads of a state.

*Graf berpemberat pada Rajah 6 menunjukkan jarak antara tujuh buah bandaraya*

*A, B, C, ...,G atas jalan utama bagi suatu negeri.*

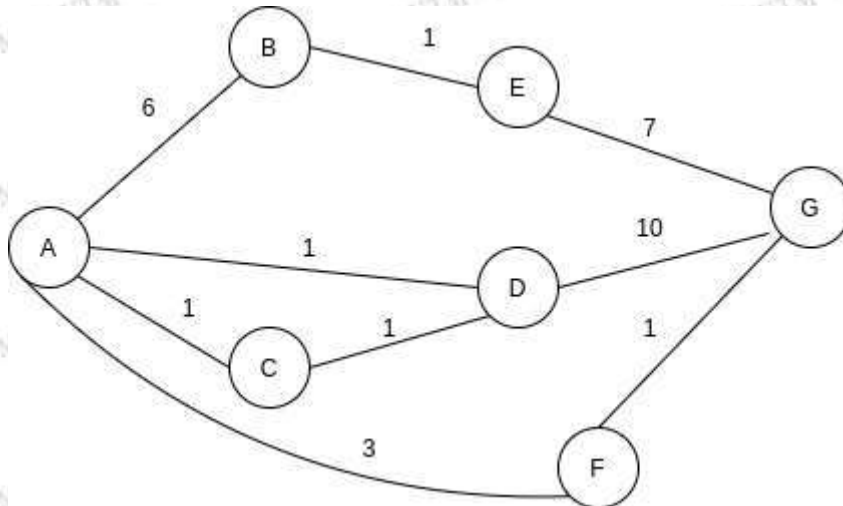


Figure 6 / Rajah 6

Find a shortest route between cities A and G on these roads.

*Dapatkan jarak terdekat laluan antara bandaraya A dan G di atas jalan raya tersebut.*

**Solution/Penyelesaian:**

[3 M]

- (b) Determine if the graph in Figure 7 has the Euler circuit and construct this circuit. If no Euler circuit exists, determine whether the graph has Euler path and construct the path. Tentukan sekiranya graf dalam Rajah 7 mempunyai litar Euler dan bina litar tersebut. Jika tidak wujud litar Euler, tentukan jika graf mempunyai jalan Euler dan bina jalan tersebut.

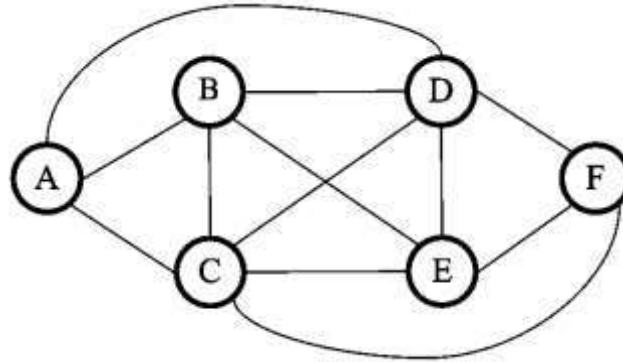


Figure 7 / Rajah 7

**Solution/Pe penyelesaian:**

**[4 M]**

**END OF QUESTION PAPER**

**SOALAN PEPERIKSAAN TAMAT**